

Uitwerkingen Analytische meetkunde
1-2 Lijnen

1.

$$\text{lijn}_{AB} = x + 3y = 7$$

$$A(1,2) \text{ invullen geeft } 1 + 3 \cdot 2 = 7$$

$$B(4,1) \text{ invullen geeft } 4 + 3 \cdot 1 = 7$$

Beide punten liggen op de lijn.

$$rc = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} = \frac{1 - 2}{4 - 1} = -\frac{1}{3}, \text{ dit getal betekent dat als } x \text{ 1 groter wordt, } y \frac{1}{3} \text{ kleiner wordt.}$$

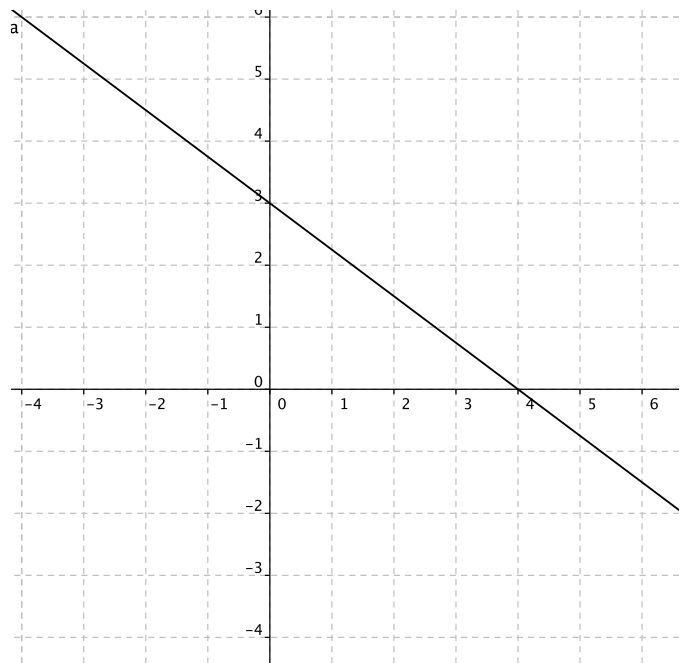
2. $A(1,2)$ invullen in $y = ax + b$ geeft $2 = a + b$

$$B(1,4) \text{ invullen in } y = ax + b \text{ geeft } 4 = a + b$$

$a + b$ kan maar één waarde hebben, dus liggen de punten A en B niet op een lijn die voldoet aan de vergelijking $y = ax + b$.

3. De punten liggen verticaal boven elkaar. De vergelijking van de lijn door A en B is $x = 1$.

$$4. \quad rc_l = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0 - 3}{4 - 0} = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$



5. a. als $a = 0$ dan

$$0 \cdot x + by = c \Rightarrow by = c \text{ of wel } y = \frac{c}{b}$$

dit is een horizontale lijn.

b. als $b = 0$ dan $ax + 0 \cdot y = c \Rightarrow ax = c$ of wel $x = \frac{c}{a}$ dit is een verticale lijn met een

oneindig grote rc .

c. als $a = b$ dan $ax + ay = c \Rightarrow ay = -ax + c \Rightarrow y = -x + \frac{c}{a}$ dus $rc = 1$

d. dan gaat de lijn door de oorsprong $O(0,0)$.

6. $rc_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

a. $6x - 2y = 13 \Rightarrow -2y = -6x + 13 \Rightarrow y = 3x - 6,5$, dus $rc = 3$

b. verticale lijn $x = 3\frac{1}{2}$, dus er is geen richtingscoëfficiënt

c. $15 - 2y = 3x \Rightarrow -2y = 3x - 15 \Rightarrow y = -1,5x + 7,5$, dus $rc = -1,5$

d. $2(x + 2y) = 5 \Rightarrow 2x + 4y = 5 \Rightarrow$, dus $rc = -0,5$
 $4y = -2x + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{4}$

e. dit is horizontale lijn met richtingscoëfficiënt is nul

f.

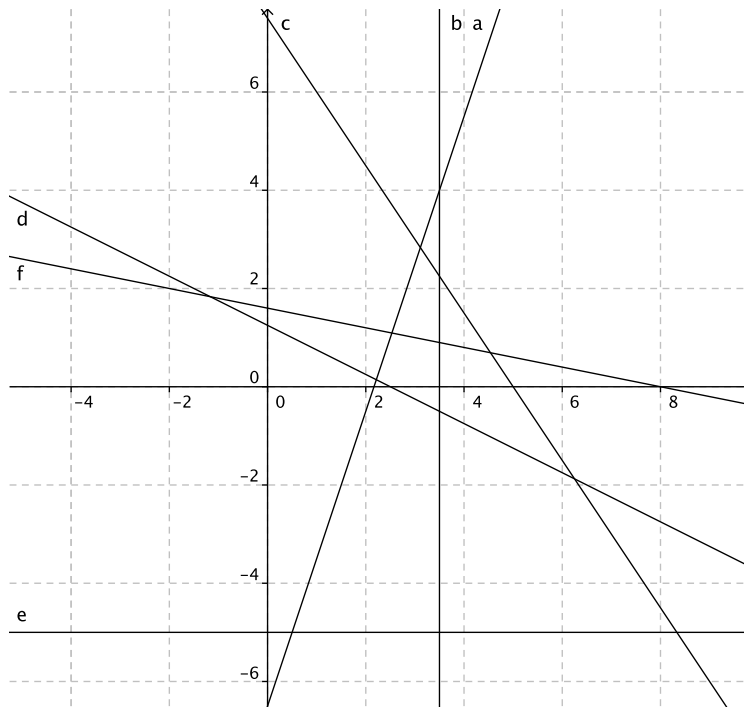
$$6(y - 1) - 2(3 - x) = x + y - 4$$

$$6y - 6 - 6 + 2x = x + y - 4$$

$$6y - 12 + 2x = x + y - 4 \quad , \text{dus } rc = -\frac{1}{5}$$

$$5y = -x + 8$$

$$y = -\frac{1}{5}x + 1\frac{3}{5}$$



7.

$$\begin{array}{ll} 2x + 4y = 12 & x + 2y = 6 \\ 4y = -2x + 12 & 2y = -x + 6 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 & y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{array}$$

zijn beide te schrijven in de standaardvorm $y = ax + b$, dus $y = -\frac{1}{2}x + 3$

8. $rc_l = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P} = \frac{6 - 3}{4 - -2} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

$$y = \frac{1}{2}x + b$$

invullen $(-2, 3)$ geeft $3 = \frac{1}{2} \cdot -2 + b$ dus $b = 4$

$$y = \frac{1}{2}x + 4$$

Snijpunten met de assen vind je door:

$y = 0$ in te vullen en x uit te rekenen, dit geeft $(-8, 0)$ en $x = 0$ in te vullen en y uit te rekenen, dit geeft $(0, 4)$.

9. $rc_l = \frac{y_S - y_R}{x_S - x_R} = \frac{25 - -35}{12 - -22} = \frac{60}{24} = 2\frac{1}{2}$

$$y = 2\frac{1}{2}x + b$$

invullen $(12, 25)$ geeft $25 = 2\frac{1}{2} \cdot 12 + b$ dus $b = -5$

$$y = 2\frac{1}{2}x - 5$$

Snijpunten met de assen vind je door:

$y = 0$ in te vullen en x uit te rekenen, dit geeft $(2, 0)$ en $x = 0$ in te vullen en y uit te rekenen, dit geeft $(0, -5)$.

10.

$$y = -12x + b$$

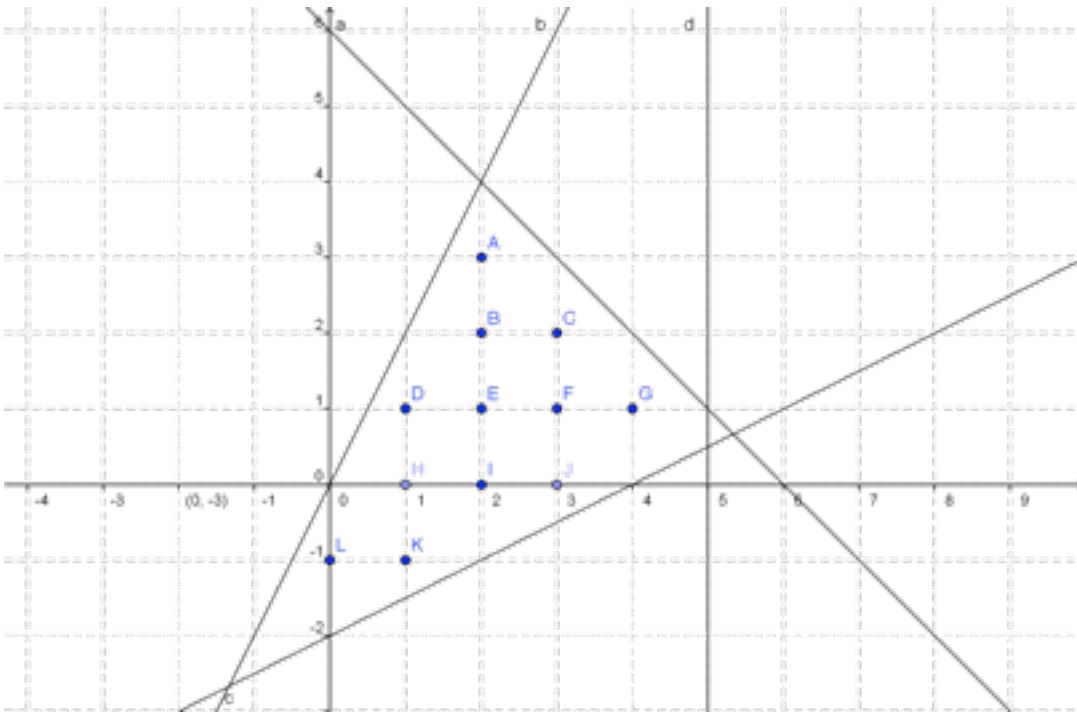
invullen $(38, -15)$ geeft $-15 = -12 \cdot 38 + b$ dus $b = 441$

$$y = -12x + 441$$

Snijpunten met de assen vind je door:

$y = 0$ in te vullen en x uit te rekenen, dit geeft $(36\frac{3}{4}, 0)$ en $x = 0$ in te vullen en y uit te rekenen, dit geeft $(0, 441)$.

11. Lijn a $x + y = 6$, lijn b $y = 2x$, lijn c $x - 2y = 4$ en lijn d $x = 5$



Even tellen en dan kom je op 12 rooster punten binnen de 4 lijnen.

12. $l: 7x + 2y = 14 \Rightarrow y = -3\frac{1}{2}x + 7$

$m: -5x = 12 \Rightarrow x = -2\frac{2}{5}$, verticale lijn

$n: 14x + 4y = 28 \Rightarrow y = -3\frac{1}{2}x + 7$

$p: 7x + 2y = 15 \Rightarrow y = -3\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}$

$q: 7x + 3y = 15 \Rightarrow y = -2\frac{1}{3}x + 5$

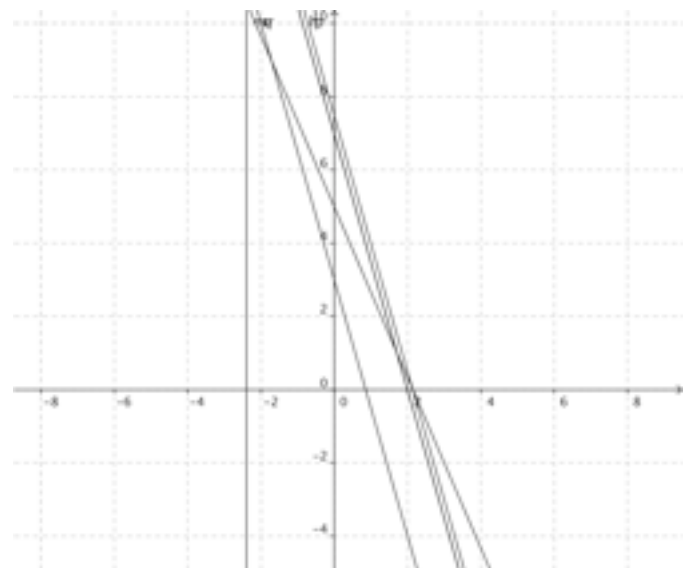
$r: y = -3\frac{1}{2}x + 3$

a. evenwijdige lijnen hebben gelijke richtingscoëfficiënt dus l, n, m en r

b. l en n

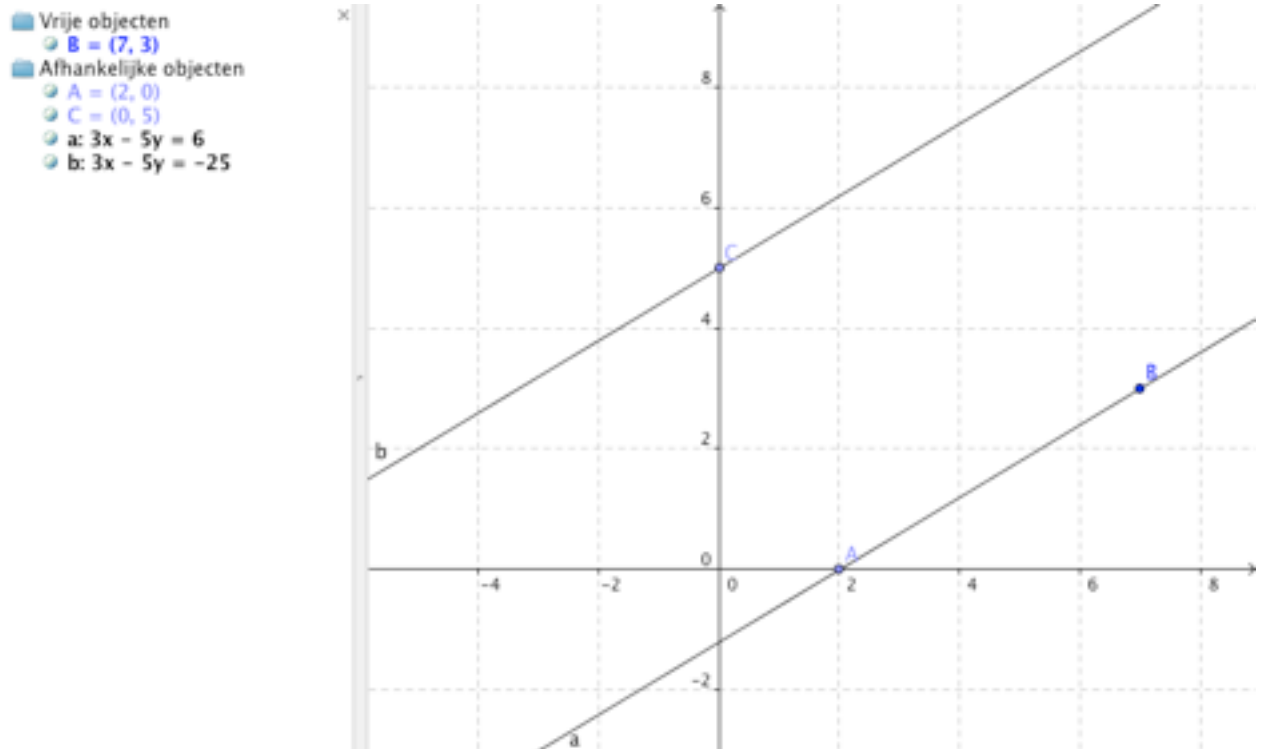
c. m

d. GeoGebra noteert de vergelijkingen in twee vormen: $y = ax + b$ en $ax + by = c$ afhankelijk van de invoer. Zie afbeelding (de formules zijn ingevoerd zoals gegeven in de opgave)



- $l: 7x + 2y = 14$
- $m: x = -2.4$
- $n: 7x + 2y = 14$
- $p: 7x + 2y = 15$
- $q: 7x + 3y = 15$
- $r: y = -3.5x + 3$

13.



$$r_{Cl} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3 - 0}{7 - 2} = \frac{3}{5} \text{ dus vergelijking is:}$$

$$y = \frac{3}{5}x + b$$

$$\text{invullen } (2, 0) \text{ geeft } 0 = \frac{3}{5} \cdot 2 + b \text{ dus } b = -1\frac{1}{5}$$

$$y = \frac{3}{5}x - 1\frac{1}{5} \text{ of } 3x - 5y = 6$$

Lijn evenwijdig aan l door $(0, 5)$ $y = \frac{3}{5}x + 5$ of $3x - 5y = -25$

14. a. Bij het spiegelen in de x -as verandert de y -coördinaat van teken (wordt het tegengestelde), dus y wordt $-y$ in formule
 $x - 2y = 6$ wordt
 $x - 2 \cdot -y = 6$
 $x + 2y = 6$
- b. Bij het spiegelen in de y -as verandert de x -coördinaat van teken,
dus x wordt $-x$ in formule
 $x - 2y = 6$ wordt
 $-x - 2y = 6$
 $x + 2y = -6$
- c. Bij het spiegelen in de lijn $y = x$ wisselen de x -coördinaat en de y -coördinaat
 $x - 2y = 6$ wordt
 $y - 2x = 6$
 $2x - y = -6$

15. a. $DE: 8x + 3y = 11$, $AH: 8x + 3y = -11$, $EF: -8x + 3y = 11$, $AB: -8x + 3y = -11$,

b. A is het snijpunt van AH en AB

$$AH: 8x + 3y = -11 \Rightarrow 3y = -8x - 11$$

$$AB: -8x + 3y = -11 \Rightarrow 3y = 8x - 11$$

Dus geldt voor het gemeenschappelijk punt A :

$$-8x - 11 = 8x - 11$$

$$-16x = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 0 \text{ invullen geeft } 3y = -11 \Rightarrow y = -\frac{11}{3} = -3\frac{2}{3}$$

Dus $A(0, -3\frac{2}{3})$. Op dezelfde manier bereken je de overige punten of je maakt gebruik van symmetrie: $E(0, 3\frac{2}{3})$, $C(3\frac{2}{3}, 0)$ en $G(-3\frac{2}{3}, 0)$.

c. De omtrek bestaat uit 8 even lange lijnstukken.

$$\text{Lengte van één lijnstuk bijv. } CD = \sqrt{1^2 + (2\frac{2}{3})^2} = \sqrt{1 + (\frac{8}{3})^2} = \sqrt{\frac{9}{9} + \frac{64}{9}} = \sqrt{\frac{73}{9}} = \sqrt{8\frac{1}{9}}$$

$$\text{Omtrek is } 8 \cdot \sqrt{8\frac{1}{9}} \approx 22,78$$

De oppervlakte bestaat uit een centraal vierkant $BDFH$ met oppervlakte = 4

De vier sterpunten hebben elk een oppervlakte van $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2\frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$.

$$\text{De totale oppervlakte is } 4 + 4 \cdot 2\frac{2}{3} = 14\frac{2}{3}$$

16. a) De standaardformule voor een lijn is $ax + by = c$

$$\text{Vul nu de coördinaten voor } A(-10, 45) \text{ in } a \cdot -10 + b \cdot 45 = c$$

$$\text{Vul nu de coördinaten voor } B(15, -5) \text{ in } a \cdot 15 + b \cdot -5 = c$$

Hieruit volgt:

$$15a - 5b = -10a + 45b$$

$$25a = 50b$$

$$a = 2b$$

Dus a is twee keer zo groot als b een vergelijking voor l is dus $2x + y = c$.

Invullen van A of B in deze vergelijking levert $2x + y = 25$

b) de richtingscoëfficiënt is

$$rc = \frac{-5 - 45}{15 + 10} = \frac{-50}{25} = -2$$

Het snijpunt met de y -as is

$$y = -2x + b$$

$$45 = -2 \cdot -10 + b$$

$$y = (0, 25)$$

Het snijpunt met de x -as is (door $y=0$ te nemen)

$$0 = -2x + 25$$

$$x = (12\frac{1}{2}, 0)$$

- c) Om de vergelijking van lijn met P , moet je eerst de richtingcoëfficiënt weten. In dit geval moet het hetzelfde zijn als de rc van l , omdat de lijn evenwijdig is aan l .

$$y = -2x + b$$

$$2 = -2 \cdot 3 + 8$$

$$y = (0, 8)$$

$$ax + by = c$$

$$2x + y = 8$$

De vergelijking is dus $2x + y = 8$

- d) De vergelijking van m is gespiegeld in de x -as. Dit betekent dat alle waarden van y van teken veranderen (tegengestelde zijn), zie opgave 14, $2x - y = 8$

- e) Bij het spiegelen in de lijn $y = x$ wisselen de x -coördinaat en de y -coördinaat

$$2x + y = 25 \text{ wordt}$$

$$2y + x = 25$$

$$x + 2y = 25$$